

## 6. БАЙЄСОВСЬКІ МЕРЕЖІ ДОВІРИ ЯК ЗАСІБ РОЗРОБКИ ЕС

### 6.1. Основні поняття й визначення

**Байєсовські мережі довіри** - Bayesian Belief Network - використовуються в тих галузях, які характеризуються успадкованою невизначеністю. Ця невизначеність може виникати внаслідок:

- неповного розуміння предметної області;
- неповних знань;
- коли задача характеризується випадковістю.

Таким чином, байєсовські мережі довіри (БМД) застосовують для моделювання ситуацій, що містять невизначеність у деякому смислі. Для байєсовських мереж довіри іноді використовується ще одна назва **причинно-наслідкова мережа**, у яких випадкові події з'єднані причинно-наслідковими зв'язками.

З'єднання методом причин і наслідків дозволяють більш просто оцінювати ймовірності подій. У реальному світі оцінювання найбільше часто робиться в напрямку від "спостерігача" до "спостереження", або від "ефекту" до "наслідку", що у загальному випадку більш складно оцінити, чим напрямок "наслідок  $\rightarrow$  ефект", тобто в напрямку від наслідку.

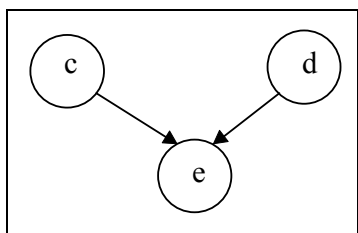


Рис.6.1. Приклад найпростішої байєсовської мережі довіри.

Розглянемо приклад мережі (мал. 6.1), у якій імовірність перебування вершини «e» у різних станах ( $e_k$ ) залежить від станів ( $c_i, d_j$ ) вершин «c» й «d» і визначається виразом:

$$p(e_k) = \sum_i \sum_j p(e_k | c_i, d_j) \times p(c_i, d_j)$$

де  $p(e_k | c_i, d_j)$  – імовірність перебування в стані  $e_k$  залежно від станів  $c_i, d_j$ . Тому що події,

представлені вершинами «c» й «d» незалежні, тоді

$$p(e_k | c_i, d_j) = p(c_i) \cdot p(d_j).$$

Розглянемо приклад більш складної мережі (мал. 6.2). Даний малюнок ілюструє умовну

незалежність подій. Для оцінки вершин «c» й «d» використовуються ті ж вирази, що й для обчислення  $p(e_k)$ , тоді:

$$p(c_i) = \sum_m \sum_n p(c_i | A_{1m}, B_{1n}) \times p(A_{1m}) \times p(B_{1n}),$$

$$p(d_j) = \sum_m \sum_n p(d_j | A_{2m}, B_{2n}) \times p(A_{2m}) \times p(B_{2n}).$$

Із цих виразів видно, що вершина «e» умовно не залежить від вершин  $A_1, A_2, B_1, B_2$ , тому що немає стрілок, які безпосередньо з'єднують ці вершини.

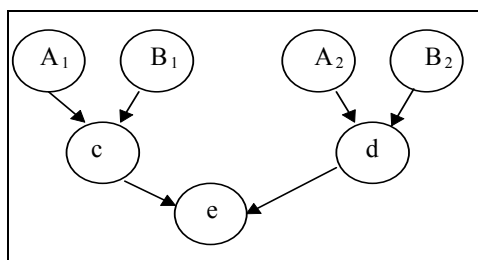


Рис.6.2. Дворівнева БСД.

Розглянувши ці приклади спробуємо тепер більш точно визначити основні поняття, що використовуються в БМД. *Байєсовські мережі довіри* — це спрямований ациклічний граф, що має наступні властиві:

- кожна вершина являє собою подію, описувана випадковою величиною, що може мати кілька станів;
- всі вершини, пов'язані з “батьківськими” визначаються таблицею умовних імовірностей (ТУІ) або функцією умовних імовірностей (ФУІ);
- для вершин без “батьків” імовірності її станів є безумовними ( маргінальними).

Інакше кажучи, у байєсовських мережах довіри вершини являють собою випадкові змінні, а дуги - імовірнісні залежності, які визначаються через таблиці умовних імовірностей. Таблиця умовних імовірностей кожної вершини містить імовірності станів цієї вершини за умови станів її "батьків".

## 6.2. Приклад побудови найпростішої байєсовської мережі довіри

У цьому прикладі розглядаємо невелику яблучну плантацію «яблучного Джека». Один раз Джек виявив, що його прекрасне яблучне дерево втратило листя. Тепер він хоче з'ясувати, чому це трапилось. Він знає, що листя часто обпадає, якщо:

- дерево засихає в результаті нестачі вологи;
- або дерево хворіє.

Дана ситуація може бути змодельована байєсовською мережею довіри, що містить 3 вершини: «Хворіє», «Засохло» й «Облетіло».



Рис.6.3. Приклад байєсовської мережі довіри із трьома подіями.

У даному найпростішому випадку розглянемо ситуацію, при якій кожна вершина може приймати всього лише два можливі стани й, як наслідок перебуває в одному з них, а саме:

Вершина (подія) БМД	Стан 1	Стан 2
«Хворіє»	«хворіє»	«ні»
«Засохло»	«засохло»	«ні»
«Облетіло»	«так»	«ні»

Вершина «Хворіє» говорить про те, що дерево занедужало, перебуває в стані «хворіє», у протилежному випадку вона перебуває в стані «ні». Аналогічно для інших двох вершин. Розглянута байєсовська мережа довіри моделює той факт, що є причинно-наслідкова залежність від події «Хворіє» до події «Облетіло» і від події «Засохло» до події «Облетіло». Це відображено стрілками на байєсовській мережі довіри.

Коли є причинно-наслідкова залежність від вершини **A** к іншій вершині **B**, то ми очікуємо, що коли **A** перебуває в деякому певному стані, це впливає на стан **B**. Варто бути уважним, коли моделюється залежність у байєсовських мережах довіри. Іноді зовсім не очевидно, який напрямок повинна мати стрілка.

Наприклад, у розглянутому прикладі, ми говоримо, що є залежність від «Хворіє» до «Облетіло», тому що коли дерево хворіє, це може викликати обпадання його листя. Обпадання листя є наслідком хвороби, а не хвороба - наслідком обпадання листя.

На наведеному вище малюнку зображено графічне подання байєсовської мережі довіри. Однак, це тільки якісне подання байєсовської мережі довіри. Перед тим, як назвати це повністю байєсовською мережею довіри **необхідно визначити кількісне подання**, тобто множину таблиць умовних ймовірностей:

Апріорна ймовірність  $p(\text{«Хворіє»})$ 

$\underline{\text{Хворіє}} = \text{«хворіє»}$	$\underline{\text{Хворіє}} = \text{«ні»}$
0,1	0,9

Апріорна ймовірність  $p(\text{«Засохло»})$ 

$\underline{\text{Засохло}} = \text{«засохло»}$	$\underline{\text{Засохло}} = \text{«ні»}$
0,1	0,9

Таблиця умовних ймовірностей  $p(\text{«Облетіло»} | \text{«Хворіє»}, \text{«Засохло»})$ 

	$\underline{\text{Засохло}} = \text{«засохло»}$		$\underline{\text{Засохло}} = \text{«ні»}$	
	$\underline{\text{Хворіє}} = \text{«хворіє»}$	$\underline{\text{Хворіє}} = \text{«ні»}$	$\underline{\text{Хворіє}} = \text{«хворіє»}$	$\underline{\text{Хворіє}} = \text{«ні»}$
$\underline{\text{Облетіло}} = \text{«так»}$	0,95	0,85	0,90	0,02
$\underline{\text{Облетіло}} = \text{«ні»}$	0,05	0,15	0,10	0,98

Наведені таблиці ілюструють ТУІ для трьох вершин байєсовської мережі довіри. Зазначимо, що всі три таблиці показують ймовірність перебування деякої вершини в певному стані, обумовленим станом її батьківських вершин. Але тому що вершини **Хворіє** й **Засохло** не мають батьківських вершин, то їхні ймовірності є маргінальними, тобто не залежать (не обумовлені) ні від чого.

На даному прикладі ми розглянули, що і як описується дуже простою байєсовською мережею довіри. Сучасні програмні засоби (такі як MSBN, Hugin й ін.) забезпечують інструментарій для побудови таких мереж, а також можливість використання байєсовських мереж довіри для введення нових свідчень й одержання рішення (висновку) за рахунок перерахування нових ймовірностей у всіх вершинах, що відповідають знов введеним свідченням.

У нашому прикладі нехай відомо, що дерево скинуло листя. Це свідчення вводиться вибором стану «так» у вершині «Облетіло». Після цього можна довідатися ймовірності того, що дерево засохло. Для наведених вище вхідних даних, результати висновку шляхом розповсюдження ймовірностей по БМД будуть:  $p(\text{«Хворіє»} = \text{«хворіє»} | \text{«Облетіло»} = \text{«так»}) = 0,47$ ;  $p(\text{«Засохло»} = \text{«засохло»} | \text{«Облетіло»} = \text{«так»}) = 0,49$

### 6.3. Процес міркування (висновку) у байєсовських мережах довіри

Слід зазначити, що наслідком байєсовської теореми є те, що вона підтримує оцінку графа в обох напрямках. Процес міркування в ЕС супроводжується поширенням по мережі свідчень, що надійшли знову.

Введення в байєсовські мережі довіри нових даних приводить до виникнення перехідного процесу поширення по байєсовській мережі довіри свідчення, що надійшло знову. Після завершення перехідного процесу кожному висловленню, асоційованому з вершинами графа, приписується апостеріорна ймовірність, що визначає ступінь довіри до цього висловлення (believe - довіряти(англ.)):

$$Bel(V_j^i) = p(V_j^i | D),$$

де  $D$  – об'єднання всіх даних, що надійшли в систему;

$V_j^i$  – композиційні висловлення, складені з елементарних, тобто множин значень  $X_i$  становлять  $V_j^i$ ;

$X_i$  – пропозиційні змінні (тобто змінні, значеннями яких є висловлення), що визначають стан вершин БМД.

При цьому процес поширення ймовірностей у БМД ґрунтується на механізмі перерахування, в основі функціонування якого лежить наступна послідовність дій:

1. З кожною вершиною мережі асоційований обчислювальний процес (процесор), що отримує повідомлення від сусідніх (пов'язаних з ним дугами) процесорів.
2. Цей процесор здійснює перерахування апостеріорних ймовірностей  $Bel(V_j^i)$  для всіх можливих значень  $V_j^i$  даної змінної  $X_i$  і посилає сусіднім вершинам відповідні повідомлення.
3. Діяльність процесора ініціюється порушенням умов погодженості зі станами сусідніх процесорів і триває до відновлення цих умов.

У деяких системах, що реалізують байєсовські мережі довіри використовується метод *noisy or gate*, що дозволяє істотно спростити обчислювальний процес. Суть його полягає в тому, що в ряді прикладів вершина «у» може бути умовно незалежна від цілого ряду вершин « $x_r$ », де  $r=1,2,\dots,n$ . Для того, щоб скоротити оцінку  $2^n$  ймовірностей, які необхідні при використанні таблиць умовних ймовірностей, і використовується даний метод. Відповідно до нього ймовірність «у» залежно від  $n$  вершин « $x_r$ » оцінюється як

$$p(y | x_1 x_2 \dots x_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p(y | x_i)) ,$$

що дозволяє оцінити тільки  $p(y | x_1)$ ,  $p(y | x_2)$  ...  $p(y | x_n)$ , і на їхній підставі визначити оцінку  $p(y | x_1 x_2 \dots x_n)$ .

#### **6.4. Байєсовські мережі довіри як один з напрямків сучасних експертних систем**

Вибір байєсовських мереж довіри в якості ЕС у порівнянні з іншими напрямками їхньої побудови обумовлений рядом причин.

1. Логічний висновок у байєсовських мережах довіри є там, що *трактується з обчислювальної точки зору*, тому що теорія, що лежить у його основі, має аксіоматичне обґрунтування, відпрацьоване протягом останніх десятиліть. У той час, як системи, засновані на теорії нечітких множин, на теорії функцій довіри, теорії Демпстера - Шефера не має строгого математичного обґрунтування й у більшості випадків використовують евристичні процедури (ЕС типу MYCIN, EMYCIN і т.д.).
2. Доведено, що психологічно простіше виконувати суб'єктивне імовірнісне оцінювання причинно-наслідкових зв'язків.
3. Метод *noisy or gate* забезпечує ефективне обчислення умовних ймовірностей.
4. Незважаючи на те, що теорію імовірності найчастіше критикують з погляду її використання в «знаннях», вона не порушує загальних уявлень про «замкнутий світ» об'єктів.

Одними з найпоширеніших для сучасних комп'ютерів програмних систем, що реалізують теорію байєсовських мереж довіри, є:

- “MSBN” фірми Microsoft
- “Hugin” фірми Hugin AIS (Данія)

Hugin є програмою реалізацією системи прийняття рішень на основі байєсовських мереж довіри. Має дві версії Pro й Explorer. Функціонує в середовищі ОС Windows, а також має версію UNIX. Ця система має розвинений інтерфейс і дозволяє досить просто створювати бази знань і фактів. Використовує два основних режими роботи:

- режим редагування й побудови причинно-наслідкової мережі, а також заповнення таблиць умовних ймовірностей, що є кількісним описом БЗ.

- режим розрахунку імовірнісних оцінок для ухвалення рішення по всіх подіях, що входить у причинно-наслідкову мережу. Розрахунки можуть здійснюватися як на основі класичної теорії Байєса, так і на основі методів теорії можливостей.

“Hugin” має можливість зв'язку з основними найпоширенішими програмними засобами фірми Microsoft. Дана ЕС має всі основні функції будь-якої інформаційної системи, включаючи такі як: зберігання даних, виведення на принтер всіх елементів ЕС, діагностика помилок у роботі.

### 6.5. Подання знань з використанням байєсовської мережі довіри й умовна незалежність подій

Розглянемо фрагмент подання медичної БЗ, у якій можна виділити захворювання, симптоми їхнього прояву, а також фактори ризику, що впливають на виникнення захворювань. Нехай деяка спрощена модель якісного опису БЗ має вигляд, наведений на мал.6.4. Ця модель відповідає наступному набору медичних знань:

- Задишка [z] може бути внаслідок туберкульозу [t], раку легенів [r] або бронхіту [b], а також внаслідок жодного з перерахованих захворювань або більш, ніж одного.
- Візит в Азію [a] підвищує шанси туберкульозу [t].
- Паління [k] - фактор ризику, як для раку [r], так і бронхіту [b].
- Результати рентгена, визначаючи затемненість у легенях не дозволяють розрізнити рак [r] і туберкульоз [t], так само як не визначає факт наявності або відсутності задишки [z].

Останній факт представляється в графі проміжної змінної (подією) [tr]. Ця змінна відповідає логічній функції «або» для двох батьків ([t] й [r]) і вона означає наявність або однієї, або двох хвороб або їх відсутність.

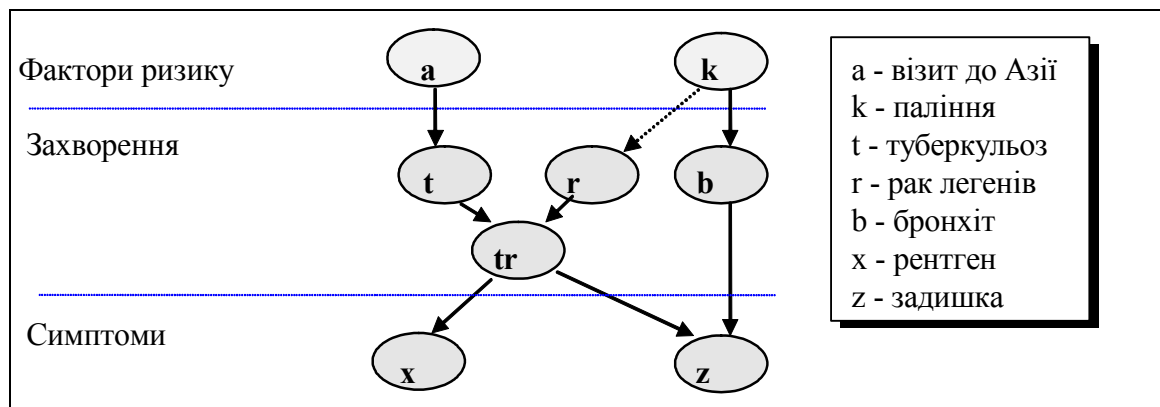


Рис.6.4. Подання фрагмента моделі медичної БЗ у вигляді БМД.

Важливе поняття байєсовської мережі довіри – це умовна незалежність випадкових змінних, які відповідають вершинам графа. Дві змінні **A** й **B** є умовно незалежними при даній третій вершині **C**, якщо при відомому значенні **C**, значення **B** не збільшує інформативність про значення **A**, тобто

$$p(A|B, C) = p(A|C).$$

Якщо є факт, що пацієнт курить, то ми встановлюємо наші довіри щодо раку й бронхіту. Однак наші довіри щодо туберкульозу не змінюються. Тобто [t] умовно не залежить, від [k] при даній порожній множині змінних

$$p(t|k) = 0$$

Надходження позитивного результату рентгена пацієнта підвищують наші довіри щодо туберкульозу й раку, але не щодо бронхіту. Тобто  $[b]$  - умовно не залежить від  $[x]$  при даному  $k$

$$p(b | x, k) = p(b | k)$$

Однак, якщо відомо також, що в пацієнта задишка  $[z]$ , то рентгенівські результати також мали б вплив на нашу довіру щодо бронхіту. Тобто  $[b]$  умовно залежить від  $[x]$  при даних  $z$  й  $k$ . Таким чином, логічний висновок у БМД означає обчислення умовних ймовірностей для одних змінних при наявності інформації (свідчень) про інші. При цьому для поширення ймовірностей використовується теорема Байєса.