4. ЕКСПЕРТНІ СИСТЕМИ З НЕВИЗНАЧЕНИМИ ЗНАННЯМИ

4.1. Невизначеності в ЕС і проблеми, що породжені ними.

У житті часто доводиться оцінювати гіпотези, для яких є неповна або недостатня інформація. Іноді важко зробити точні оцінки, але, не дивлячись на невизначеність ми приймаємо розумні рішення . Щоб ЕС були корисними, вони теж повинні вміти це робити. Класичним прикладом цієї задачі є медична діагностика. Завжди існують деякі сумніви в чіткості прояву симптомів того або іншого захворювання. Сумніви в наявності у пацієнта конкретного захворювання зберігаються навіть у тому випадку, коли всі його симптоми чітко виражені.

Як же проявляється й враховується невизначеність в експертних системах? Розглянемо найпростішу ситуацію. Нехай використається правило

якщо (A), то (B)

і припустимо ніякі інші правила й посилки не мають відношення до розглянутої ситуацій. Де ж виникає невизначеність? В ЕС вона може бути двох типів:

1. невизначеність в *істинності самої посилки* (наприклад, якщо ступінь впевненості в тому, що ***A*** істинно становить 90%, то які значення прийме ***B***)
2. невизначеність *самого правила* (наприклад, ми можемо сказати, що в більшості випадків, але завжди, якщо є ***A***, тобто також й ***B***)

Ще більш складна ситуація виникає у випадку, якщо правило має вигляд:

якщо (A і B), то C

де ми можемо з деяким ступенем бути впевнені як в істинності кожної з посилок (*A*, *B*) , а тим більше їхнього спільного прояву, так й в істинності самого висновку. Існують чотири важливі проблеми, які виникають при проектуванні й створенні ЕС із невизначеними знаннями:

- Як кількісно виразити ступінь визначеності при встановленні істинності (або хибності) деякої частини даних ?
- Як виразити ступінь підтримки висновку конкретною посилкою?
- Як використати спільно дві (або більше) посилки, що незалежно впливають на висновок ?
- Як бути в ситуації, коли потрібно обговорити ланцюжок висновку для підтвердження висновку в умовах невизначеності ?

Насамперед, розглянемо можливості використання теорії імовірності при впровадженні в умовах невизначеності.

4.2. Теорія суб'єктивних імовірносте.

Основне поняття ймовірності настільки природно, що воно відіграє значну роль у повсякденному житті. Розмови, що стосуються ймовірності дощу або гарного врожаю в городі часто зустрічаються в нашому житті. Поняття ймовірності було розроблено кілька сторіч назад. Але вже тисячі років людина використовує такі слова, як "може бути", "шанс", "удача" або інші їхні еквіваленти в розмовній мові.

Однак математична теорія ймовірностей була сформульована відносно недавно (близько 1660 року). Імовірність події класично визначається як відношення випадків у які дана подія відбувається до загального числа спостережень.

Однак можливі й інші визначення. У цей час існує кілька інтерпретацій теорії ймовірностей. Розглянемо три найбільш домінуючі погляди.

Об'єктивістський погляд. Полягає в тому, що розглядає ймовірність відношення наслідків до всіх спостережень в ході тривалого часу. Іншими словами цей підхід заснований на законі великих чисел, що гарантують те, що при наявності досить великої кількості спостережень частота наслідків події, що цікавить, буде прагнути до об'єктивної ймовірності.

Персоніфікований, суб'єктивістськиx або заснований на судженнях погляд. Полягає в тому, що імовірнісна міра розглядається як ступінь довіри того, як окрема особистість судить про істинність деякого висловлення. Цей погляд постулює, що дана особистість має в деякому смислі відношення до цієї події. Але це не заперечує можливості того, що дві прийнятні особистості можуть мати різні ступені довіри для того самого судження. Термін "байєсовський" часто використовується як синонім суб'єктивної ймовірності.

Необхідний або логічний. Характеризується тим, що імовірнісна міра розширюється на множину тверджень, що мають логічний зв'язок такий, що істинність одного з них може виводитися з іншого. Іншими словами ймовірність вимірює ступінь доведеності логічно вивіреного висновку. Такий погляд можна розглядати як розширення звичайної логіки.

Ці імовірнісні інтерпретації використовують і різні схеми висновку. Однак існує всього дві школи імовірнісних розрахунків: **школа Паскаля** (або загальноприйнята), **школа Бекона** (або індуктивна). Розрахунки за Паскалем використовують байєсовські правила для перевірки й обробки мір довіри. Обчислення за Беконом використовують правила логіки для доказу або спростування гіпотез. Таким чином, загальноприйняті ймовірності (за Паскалем) не можуть бути отримані з індуктивних ймовірностей (за Беконом) і, навпаки. Об'єктивістський і суб'єктивний погляди використовують розрахунки за Паскалем. Ті, хто підтримують логічні висновки, використовують розрахунки за Беконом.

Існують ЕС, побудовані на обох з цих напрямків. Однак в ЕС бази знань накопичують людські знання, тому для подання знань експертів з урахуванням ймовірностей найбільш підходящою є інтерпретація на основі суб'єктивних довір. У результаті чого й більшість сучасних ЕС, що використовують теорію ймовірностей, є “байєсовськими”.

4.3. Байєсовські оцінювання.

Перед тим, як запровадити теорему Байєса розглянемо деякі фундаментальні поняття теорії ймовірностей. Нехай ***A*** деяка подія реального світу. Сукупність всіх елементарних подій називається вибірковим простором або простором подій (**Ω**). Імовірність події ***A***, позначається ***p(A)*** і кожна імовірнісна функція ***p*** повинна задовольняти трьом аксіомам:

1. Імовірність будь-якої події ***A*** є невід'ємною, тобто

$$p(A) \geq 0 \quad \text{для} \quad \forall A \in \Omega$$

2. Імовірність всіх подій вибіркового простору дорівнює 1, тобто

$$p(\Omega) = 1.$$

3. Якщо **k** подій $A_1, A_2, \ldots, A_k$ є взаємно незалежними (тобто не можуть здійснитися одночасно), то ймовірність, принаймні, однієї з цих подій дорівнює сумі окремих ймовірностей, або

$$p(A_1 \cup A_2 \cup \quad \ldots \quad \cup A_k) \quad = \quad \sum_{i=1}^{k} p(A_i)$$

Аксіоми 1 й 2 можна об'єднати, що дає

$$1 \geq p(A) \geq 0 \quad \text{для} \quad \forall A \in \Omega .$$

Це твердження показує, що ймовірність будь-якої події перебуває між 0 й 1. По визначенню, коли ***p(A)* = 0**, то подія ***A*** ніколи не відбудеться. У тому випадку, коли ***p(A)* = 1**, то подія ***A*** повинна відбутися обов'язково.

Доповнення до ***A***, позначається ***(¬A)***, містить сукупність всіх подій в Ω за винятком ***A***. Так як ***A*** й ***¬A*** є взаємонезалежними (тобто **A ∪ ¬A = Ω)**,то з аксіоми 3 випливає

$$\boldsymbol{p(A) + p(\neg A) = p(A \cup \neg A) = p(\Omega\,) = 1} \; .$$

Переписуючи цю рівність у вигляді ***p(¬A)*=1–*p(A)***, ми отримує шлях для одержання ***p(¬A)*** з ***p(A)***.

Припустимо тепер, що ***B*∈ Ω** деяка інша подія. Тоді ймовірність того, що відбудеться ***A*** за умови, що відбулася ***B*** записується у вигляді ***p(A | B)*** і називається *умовною ймовірністю* події ***A*** при заданій події ***B***.

Імовірність того, що обидві події ***A*** і ***B*** відбудуться ***p(A∩B)*** називається *спільною ймовірністю подій* ***A*** і ***B***. Умовна ймовірність ***p(A|B)*** дорівнює відношенню спільної ймовірності ***p(A∩B)*** до ймовірності події **B**, за умови, що вона не дорівнює **0**, тобто

$$p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

Аналогічно умовна ймовірність події ***B*** за умови ***A***, позначається ***p(B|A)*** і дорівнює:

$$p(B|A) = \frac{p(B \cap A)}{p(A)}$$

і тоді

$$p(B \cap A) = p(B|A) \times p(A) \ .$$

Так, як спільна ймовірність комутативна (тобто від перестановки місць сума не змінюється), то тоді

$$p(A \cap B) = p(B \cap A) = p(B|A) \times p(A) \, .$$

Підставляючи цю рівність у раніше отриманий вираз для умовної ймовірності ***p(A| B)*** одержимо правило Байєса

$$p(A|B) = \frac{p(B|A) \times p(A)}{p(B)} \ .$$

У ряді випадків наше знання того, що відбулася подія ***B***, не впливає на ймовірність події ***A*** (або навпаки ***A*** на ***B***). Інакше кажучи, імовірність події ***A*** не залежить від того, що відбулася чи ні подія ***B***, так що

$$p(A|B) = p(A) \quad \text{і} \quad p(B|A) = p(B).$$

У цьому випадку говорять, що події ***A*** и ***B*** є незалежними.

4.4. Теорема Байєса як основа управління невизначеністю.

Наведені вище співвідношення припускають певний зв'язок між теорією ймовірностей і теорією множин. Якщо ***A*** и ***B*** є непересічними множинами, то об'єднанню множин відповідає сума ймовірностей, а перетинанню – добуток ймовірностей, тобто

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) \quad \text{і} \quad p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$$

Без припущення незалежності цей зв'язок є неточним й формули повинні містити додаткові члени включення й виключення (так наприклад, $p(A \cup B) = p(A)+p(B)-p(A \cap B)$). Продовжуючи теоретико–множинне позначення ***B*** можна записати так

$$B = (B \cap A) \cup (B \cap \neg A)$$

Тому що це об'єднання явно непересічне, то

$$p(B)=p((B \cap A) \cup (B \cap \neg A))=p(B \cap A) + p(B \cap \neg A)=p(B|A)\, p(A) + p(B|\neg A)p(B)$$

Повертаючись до позначення подій, а не множин, остання рівність може бути підставлена в правило Байєса

$$p(A \mid B) = \frac{p(B \mid A) \times p(A)}{p(B \mid A) \times p(A) + p(B \mid \neg A) \times p(\neg A)} .$$

Це рівняння є основою для використання теорії імовірності в управлінні невизначеністю. Воно забезпечує шлях для одержання умовної ймовірності події ***B*** за умови ***A***. Це співвідношення дозволяє ЕС управляти невизначеністю й “робити висновок вперед та назад”.